

Übungsblatt 9 zur Experimentalphysik I



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2014 - Übungsblatt 9 / Abgabe am 23. bzw. 24.06.2014

Aufgabe 9.1 Steinzeitkarussell

(Präsenzaufgabe)

Die Steinzeitmenschen Urk und Ark wollen aus einer kreisrunden Steinplatte der Masse M zwei Karussells bauen und streiten sich um die Platte. Schließlich bricht diese in der Mitte entzwei und jeder baut mit seiner Hälfte ein Karussell. Urk wählt als Drehpunkt den ursprünglichen Mittelpunkt der Platte während Ark den Schwerpunkt seiner Hälfte als Drehpunkt wählt. Berechnen Sie das Trägheitsmoment der beiden Karussells. Warum sind diese unterschiedlich?

Aufgabe 9.2 Rasensprenger

(Präsenzaufgabe)

Onkel Gustav möchte seinen Rasen sprengen. Er kauft sich das Modell "Rundum" in einer bekannten Baumarktkette. Dieser besteht aus einem um eine Vertikale Achse drehbaren Rad mit einem Durchmesser von $d = 20$ cm und einem Massenträgheitsmoment von $I = 0,06$ kg m². Entlang des Rades sind mehrere Düsen angeordnet. Bei Gustavs Wasserdruck verteilt der Rasensprenger 0,2 Liter Wasser pro Sekunde mit einer vertikalen Geschwindigkeit von $v = 15$ $\frac{m}{s}$.

- Welche Drehzahl (Umdrehungen pro Sekunde) erreicht der Rasensprenger 5 Sekunden nach dem Anstellen, wenn Reibung vernachlässigt werden kann?
- Welche Drehzahl erreicht das Modell "Gartenschleuder" unter gleichen Voraussetzungen? Im Unterschied zum Modell "Rundum" besteht dieses Modell aus einem Stab, an dem die Düsen gleichmäßig von der Mitte bis zum Rand entgegen der Laufrichtung angeordnet sind.

Aufgabe 9.3 Wichtige Trägheitsmomente e) bis j)

(6 Punkte)

- Eines Quaders mit den Seitenlängen $2A$, $2B$ und $2C$ und Drehachse durch den Mittelpunkt und der Richtung, in welcher der Quader die Dicke $2C$ hat.
- Eines Würfels mit Kantenlänge $2A$ und Drehachse durch den Mittelpunkt
- Eines dünnen Bretts mit Breite $2b$ und Drehachse durch den Mittelpunkt
- Eines dünnen Bretts mit Breite $2b$ und Drehachse durch den Rand
- Eines Hohlzylinders mit Radien R_1 und R_2 und Drehachse senkrecht zur Zylinderachse durch den Mittelpunkt
- Eines Vollzylinders mit Radius R und Drehachse senkrecht zur Zylinderachse durch den Mittelpunkt

Aufgabe 9.4 Max und Moritz geben ein Feuerwerk.

(4 Punkte)

Max und Moritz haben von ihrer Erforschung der Atmosphäre noch einige "klassische" Antriebe mit Schwarzpulver übrig. Zur Erinnerung: Dieses hat eine Austrittsgeschwindigkeit von 500 $\frac{m}{s}$. Die Rakete wiegt 900 g. Die Treibladung beträgt ebenfalls 900 g und brennt in 1 Sekunde gleichmäßig ab. Max und Moritz befestigen vier dieser Antriebe an einem alten Fahrradreifen mit einem Durchmesser von 66 cm und einem Gewicht von 4 kg.

- Stellen Sie mithilfe ihrer Kenntnisse über Raketen und Drehungen eine Differentialgleichung für die Rotationsgeschwindigkeit des Fahrradreifens auf. Reibung ist vernachlässigbar. Sie dürfen annehmen, dass sich die komplette Masse des Fahrradreifens außen befindet.
- Lösen Sie diese Differentialgleichung. Welche Enddrehzahl und kinetische Energie erreicht das Rad, wenn es bei der Zündung der Raketen still steht?

Übungsblatt 9 zur Experimentalphysik I

Name, Vorname: _____ Matrikelnummer:

Aufgabe 9.5 Rotationsenergie der Sonne

(8 Punkte)

Letzte Woche haben Sie die Rotationsenergie der Erde berechnet. Berechnen Sie nun die Rotationsenergie der Sonne. Im Gegensatz zur Erde besteht die Sonne nicht aus einem festen Material konstanter Dichte, sondern aus Gas. Dessen Dichte ist abhängig vom Radius und beträgt

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{-20 \cdot \left(\frac{r}{R_0}\right)^2}$$

- Berechnen Sie die Zentrale Dichte ρ_0 der Sonne mithilfe des Radius $R_0 = 1392684 \text{ km}$ und der Masse $M_\odot = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
- Berechnen Sie nun das Trägheitsmoment I_\odot in Abhängigkeit der Masse und des Radius der Sonne.
- Berechnen Sie nun aus den Angaben in der Aufgabe eine konkrete Zahl für das Trägheitsmoment der Sonne.
- Berechnen Sie die Rotationsenergie der Sonne mit $T_\odot = 25,38 \text{ Tage}$ und vergleichen Sie Ihren Wert mit der Rotationsenergie der Erde.

Tipp: $\int_{x=0}^{\infty} x^n e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2a^{n+1}}$ mit der Gamma Funktion:

$$\Gamma(x) = (x-1)! \text{ für } x \in \mathbb{N}$$

$$\Gamma(1,5) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma(0,5) = \sqrt{\pi}$$

$$\Gamma(x+1) = x \cdot \Gamma(x) \quad \forall x \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{Z}$$