Lösungsblatt 2 zur Experimentalphysik I

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2014 - Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1 Kevin im Zug (Präsenzaufgabe)

In einem Zug, der mit 25 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ fährt, wirft der der Clown Kevin einen Ball mit 18 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ senkrecht in die Höhe und fängt ihn wieder auf. Beantworten Sie folgende Fragen sowohl für Kevin als auch für einen Mann oder eine Frau, die an den Gleisen steht:

a) Wie lange ist der Ball in der Luft?

Die Zeit ist für Kevin und jemanden am Bahnsteig gleich und beträgt $t = 2 \cdot \frac{v_0}{g} = 2 \cdot \frac{5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1$ s.

b) Welche horizontale Entfernung hat er zurück gelegt bevor er aufgefangen wird?

Aus Kevins Sicht hat der Ball keine horizontale Geschwindigkeit und legt also 0 m zurück.
Aus der Sicht vom Bahnsteig hat der Ball die Geschwindigkeit des Zuges und legt $s_x = v_x \cdot t = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\ \text{s} = 25$ m zurück.

c) Wie groß ist seine geringste Geschwindigkeit während des Fluges?

Die geringste Geschwindigkeit ist für beide zu dem Zeitpunkt, wenn der Ball vertikal in Ruhe ist. Dann ist die Geschwindigkeit für Kevin 0 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und vom Bahnsteig aus Betrachtet nur die Geschwindigkeit des Zuges, also 25 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

d) Wie groß ist seine größte Geschwindigkeit während des Fluges?

Die größte Geschwindigkeit ist direkt nach dem Loslassen bzw. vor dem Auffangen. Für Kevin ist diese 5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Vom Bahnsteig aus ist sie $\sqrt{\left(5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 25{,}50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Aufgabe 2.2 Eine Lampe im Aufzug (Präsenzaufgabe)

Der Fahrstuhl der Physik ist nicht mehr der allerneuste. Eine Deckenlampe hat sich gelöst und fällt herab (Zum Glück ist gerade niemand im Fahrstuhl). Alle Physiker fragen sich nun, wie lange die Lampe wohl gebraucht hat, um die 2,5 m hohe Fahrstuhlkabine herunter zu fallen. Folgende Fälle werden diskutiert. Berechnen Sie jeweils die Fallzeit:

a) Der Aufzug war zum Zeitpunkt an dem sich die Lampe gelöst hat in Ruhe.

In diesem Fall gilt: $s = \frac{1}{2}at^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ s = 0,7071 s.

b) Der Aufzug ist zu diesem Zeitpunkt mit einer konstanten Geschwindigkeit v_0 **auf**wärts gefahren.

Sei die Geschwindigkeit des Aufzugs v_0. Die Position der Lampe ist $x_L = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + s$. Die Position des Bodens variiert jetzt auch und zwar zu $s_B = v_0 t$. Zum Zeitpunkt des Auftreffens befinden sich Lampe und Boden an der gleichen Position, also gilt $s_L = s_B$ Durch einsetzen und auflösen nach t erhält man $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ s = 0,7071 s.
Der Auftreffzeitpunkt hängt offensichtlich nicht von der Geschwindigkeit ab.

c) Der Aufzug ist zu diesem Zeitpunkt mit einer konstanten Geschwindigkeit $-v_0$ **ab**wärts gefahren.

Mit der selben Argumentation wie oben gilt wieder $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ s = 0,7071 s.

d) Der Aufzug hat gerade mit einer konstanten Beschleunigung a_0 **auf**wärts beschleunigt.

Hier ist s_L wie oben und $s_B = \frac{1}{2}a_0t^2 + v_0t$. Durch gleichsetzen und auflösen nach t bekommt man $t = \sqrt{\frac{2s}{g+a_0}}$

e) Der Aufzug hat gerade mit einer konstanten Beschleunigung $-a_0$ **ab**wärts beschleunigt. Betrachten Sie hier explizit die Fälle $a < g$, $a = g$ und $a > g$. Was bedeuten diese anschaulich?

Die Beschleunigung a_0 ändert ihre Richtung, indem man $-a_0$ einsetzt. Dann erhält man $t = \sqrt{\frac{2s}{g-a_0}}$. Wird $a_0 = g$, ist der Nenner Null und t unendlich groß. Anschaulich bedeutet dies, dass sich Aufzug und Lampe im freien Fall befinden und die Lampe im Aufzug scheinbar schwerelos ist. Bei $a_0 > g$ erhält man keine reale Lösung mehr. Der Aufzug fällt jetzt schneller als die Lampe. Diese wird dadurch gegen die Decke gedrückt.

Aufgabe 2.3 Stuntman Klausi fährt mit seinem Motorrad über eine 50 m hohe Klippe. (Präsenzaufgabe)

a) Wie hoch muss seine Geschwindigkeit sein, damit er sein Ziel in 90 m Entfernung auf dem Boden trifft?

Für die senkrechte Komponente der Bewegung gilt wie oben $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$. Die waagrechte Bewegung ist linear: $x = v \cdot t$. Durch einsetzen von t und auflösen nach v erhält man:

$$v = x \cdot \sqrt{\frac{g}{2s}} = 90\text{ m} \cdot \sqrt{\frac{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 50\text{ m}}} = 9 \cdot \sqrt{10}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 28{,}46\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 102{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Wie alle physikalischen Messwerte ist seine Geschwindigkeit mit einem statistischen Fehler behaftet. Mit gutem Gewissen kann Klausi seine Geschwindigkeit auf 1 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ genau messen. Die Höhe der Klippe ist nur auf 2 m genau bestimmt. Wie genau kann er mit diesen Werten seine Zielposition vorhersagen, d.h. wie groß muss er seine Matte wählen?

Mit der Gauß'schen Fehlerrechnung bekommt man:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial v} \cdot \Delta v\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial s} \cdot \Delta s\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{2s}{g}} \cdot \Delta v\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{gs}}\Delta s\right)^2} = x \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta s}{s}\right)^2} =$$

$$90\text{ m} \cdot \sqrt{\left(\frac{1\ \frac{\text{hm}}{\text{h}}}{102{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{2\text{ m}}{50\text{ m}}\right)^2} = 2{,}0\text{ m}$$

Aufgabe 2.4 Das Katapult (2 Punkte)

Die Römer werfen mit ihrem Katapult einen Stein. Als der Stein das Katapult verlässt, hat er eine Geschwindigkeit von 24 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und einen Winkel von 60°. Wie weit und wie hoch reicht das Katapult?

$$x_{\text{reich}} = \frac{2{v_0}^2}{g} \cdot \cos(\theta_0)\sin(\theta_0) = \frac{2 \cdot (24\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \cos(60°)\sin(60°) = 115{,}2\text{ m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = 49{,}88\text{ m}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{0,z}}{g}\right)^2 = \frac{1}{2g}\left(v_0\cos(\alpha)\right) = \frac{1}{2} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\left(24\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 = 7{,}2\text{ m}$$

Übungsblatt 2 zur Experimentalphysik I

Name, Vorname: ______________________ Matrikelnummer: ⊔⊔⊔⊔⊔⊔⊔

Aufgabe 2.5 Instant Kürbissuppe (2 Punkte)

Ein gefrorener Kürbis wird aus einer Höhe h in einen Topf fallen gelassen. Aus welcher Höhe muss er fallen gelassen werden, damit er im Vergleich zur Fallhöhe h mit der a) doppelten bzw. b) zehnfachen Geschwindigkeit unten an kommt?

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad h' = \frac{v'^2}{2g} = \frac{(2\cdot v)^2}{2g} = 4\cdot\frac{v^2}{2g} = 4h$$

Analog benötigt man für die zehnfache Geschwindigkeit die hundertfache Höhe.

Aufgabe 2.6 Majora's Mask (2 Punkte)

In dem Spiel „Majora's Mask" wird der Mond instantan angehalten und stürzt auf den Planeten Termina. Der Spieler hat 72 Stunden Zeit die Katastrophe abzuwenden. Wie lange hätten Sie Zeit, wenn dieses Szenario auf der Erde stattfinden würde? Der Mond ist im Mittel $d = 384\,400$ km von der Erde entfernt. Berechnen Sie die Zeit, indem Sie von einer konstanten Beschleunigung von $a = g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ ausgehen.

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 384\,400\,000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 8853\ \mathrm{s} = 2\ \mathrm{h}\ 27\ \mathrm{min}\ 33\ \mathrm{s}$$

Was recht genau den 3 Stunden entspricht, die man im Spiel Zeit hat ;-)

Aufgabe 2.7 Kartoffelfeuer Frei! (6 Punkte)

Max und Moritz betreiben eine Kartoffelkanone. Von einem befreundeten Bauern haben sie dicke Kartoffeln erhalten. Eine dicke Kartoffel wiegt 500 g. Max und Moritz' Apparatur schafft es, diese in dem 1 m langen Rohr auf 30 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zu beschleunigen ohne, dass die Kartoffeln kaputt gehen.

a) Welche Beschleunigung erfahren die Kartoffeln mindestens? Unter welchen Umständen können die Kartoffeln eine höhere Beschleunigung als diesen Wert erfahren?

$$a = \frac{v}{t} = \frac{v}{\sqrt{\frac{2s}{a}}} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{v^2}{2s} = \frac{\left(30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\cdot 1\ \mathrm{m}} = 450\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 45g$$

Diese Beschleunigung ist die mittlere Beschleunigung. Höhere Spitzenwerte sind möglich, wenn die Kartoffel nicht gleichmäßig beschleunigt wird.

b) In welchem Winkel müssen Max und Moritz ihre Kanone abfeuern die um maximale Reichweite zu erhalten und wie groß ist diese?

$$\frac{\partial x_{\mathrm{reich}}}{\partial \Theta_0} = \frac{2{v_0}^2}{g}\left(\cos(\Theta_0)^2 - \sin(\Theta_0)^2\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos(\Theta_0) = \sin(\Theta_0) \quad \Leftrightarrow \quad \tan(\Theta_0) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \Theta_0 = 45°$$

$$x_{\mathrm{reich}} = \frac{2v_0}{g}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{v_0}{g} = \frac{30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 90\ \mathrm{m}$$

c) Max und Moritz wollen jetzt etwas sinnvolles anstellen und eine Flaschenpost über eine 20 m hohe Mauer schießen. Können Sie das mit ihrer Kartoffelkanone unter dem Winkel von 45° tun und wenn ja, wie weit entfernt von der Mauer müssen sie sich dabei mindestens und höchstens platzieren?

$$y = -\frac{gx^2}{{v_0}^2} + x > h \quad \Leftrightarrow \quad x_{1;2} = \frac{1}{2}x_{\mathrm{reich}}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2h}{x_{\mathrm{reich}}}}\right) = 45\ \mathrm{m}\left(1 \pm \frac{1}{3}\right) \quad \Rightarrow \quad 30\ \mathrm{m} < x < 60\ \mathrm{m}$$

Übungsblatt 2 zur Experimentalphysik I

Name, Vorname: ______________________ Matrikelnummer: ␣␣␣␣␣␣␣

Aufgabe 2.8 Vorbereitungen zum Ausschussfest (3 Punkte)

Beim Ausschussfest wird mit Gewehren auf eine 50 m entfernte Zielscheibe geschossen. Die Mündungsgeschwindigkeit eines typischen Gewehres beträgt um die 800 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. In der Zeit in der die Gewehrkugel zur Zielscheibe unterwegs ist, wird sie von der Erde angezogen und fällt ein Stückchen hinab. Damit man trotzdem gut zielen kann, wird vorher das Zielfernrohr um einen Winkel α nach unten korrigiert, um den Fall aus zu gleichen.

a) Wie groß ist dieser Winkel?

$$x_{\text{reich}} = \frac{2{v_0}^2}{g}\cos(\Theta_0)\sin(\Theta_0) = \frac{v_0}{g}\sin(2\Theta_0) \quad\Leftrightarrow\quad \Theta_0 = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{g \cdot x_{\text{reich}}}{{v_0}^2}\right) = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 50\ \mathrm{m}}{800\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right)$$

$$= 0{,}02238° = 0{,}3906\ \mathrm{mrad}$$

b) Wie weit ist der Punkt, der mit dem Gewehr tatsächlich angepeilt wird, von Ziel entfernt?

Die Differenz zum angepeilten Ziel ist $\Delta h = x \cdot \tan(\alpha) = 19{,}53\ \mathrm{mm}$.